هوشنگ شرقی

مقدمه

چنانچه دیدید، از شمارهٔ قبل بخشی را با این عنوان آغاز کردیم. در این بخش به نقد و تحلیل یافته‌هایی می‌پردازیم که به نظر مطرح‌کنندگان آن‌ها، کشف رابطه‌ای تازه بوده است. در شمارهٔ قبل، از ادعای یافتن روشی جدید برای اثبات «قضیهٔ فیثاغورس» سخن گفتیم، حال در این شماره به ادعای یکی از خوانندگان مجله برای به‌دست آوردن دستوری برای یافتن «اعداد تام» می‌پردازیم. ابتدا با هم عین نوشتهٔ ایشان را مرور کنیم:

روشی برای به‌دست آوردن اعداد تام از طریق مبنای ۲

می‌دانیم، هر عدد طبیعی که مساوی مجموع مقسوم‌علیه‌های کوچک‌تر از خودش باشد، تام است؛ مانند: ۶ و ۲۸ و ۴۹۶ و...

اگر اعداد تام را به مبنای ۲ تغییر مبنا دهیم، مشاهده می‌شود که:

اولاً: تعداد صفرها یک واحد کمتر از یک‌هاست.

ثانیاً: تعداد یک‌ها دنبالهٔ اعداد اول است.

۶=۱۱۰

۲۸=۱۱۱۰۰

۴۹۶=۱۱۱۱۱۰۰۰۰

۸۱۲۸=۱۱۱۱۱۱۱۰۰۰۰۰۰

۲۰۹۶۱۲۸=۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰

۳۳۵۵۰۳۳۶=۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰

۸۵۸۹۸۶۹۰۵۶=۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰۰

۱۳۷۴۳۸۶۹۱۳۲۸=

۳۵۱۸۴۳۶۷۸۹۴۵۲۸=

اگر اعداد فوق را به‌ترتیب از مبنای ۲ به‌صورت زیر به مبنای ۱۰ تغییرمبنا دهیم، داریم:

جملهٔ اول $=(2^2-1)(2^1)=3\times 2=6$

جملهٔ دوم $=(2^3-1)(2^2)=7\times 4=28$

جملهٔ سوم $=(2^5-1)(2^4)=31\times 16=496$

جملهٔ‌عمومی $=(2^n-1)(2^{n-1})$ (عدد (2^n-1) اول است)

حال به نقد نوشتهٔ این دوست خواننده می‌پردازیم:

۱. نتیجه‌گیری انتهای مقاله درست است، که البته به روش استقرایی و بدون استدلال آمده است. اثبات این نتیجه‌گیری به شرح زیر است:

◆ **فرض:** 2^n-1 عددی اول است.

◆ **حکم:** $(2^n-1)2^{n-1}$ عدد تام است.

● **اثبات:** می‌دانیم عددی که به‌صورت $P_1^{\alpha_1}.P_2^{\alpha_2}...P_k^{\alpha_k}$ تجزیه شده است، به تعداد $n=(\alpha_1+1)(\alpha_2+1)...(\alpha_k+1)$ مقسوم‌علیه مثبت دارد. (چرا؟) از آنجا که این عدد تنها دو عامل اول ۲ و $P=2^n-1$ را دارد و به‌صورت $P\times 2^{n-1}$ تجزیه شده است، پس $2n$ مقسوم‌علیه مثبت دارد (چرا؟) که اگر از خود این عدد صرف‌نظر کنیم، $2n-1$ مقسوم‌علیه به‌صورت زیر دارد:

$$\underbrace{1,2,2^2,2^3,...,2^{n-1}}_{\text{مقسوم‌علیه } n},\underbrace{P,2P,2^2P,...,2^{n-2}P}_{\text{مقسوم‌علیه } n-1}$$

و مجموع این مقسوم‌علیه‌ها برابر است با:

$$S=(1+2+2^2+...+2^{n-1})+P(1+2+2^2+...+2^{n-2})$$
$$=\frac{2^n-1}{2-1}+P\times\frac{2^{n-1}-1}{2-1}=(\underbrace{2^n-1}_{P})+P(2^{n-1}-1)$$
$$=P(1+2^{n-1}-1)=P\times 2^{n-1}$$

روشن است که مجموع عددهای داخل پرانتزها، با استفاده از دستور محاسبهٔ مجموع جملات دنباله‌های هندسی به‌دست آمده است. بنابراین، مجموع فوق با خود عدد برابر است و در نتیجه این یک عدد تام است.

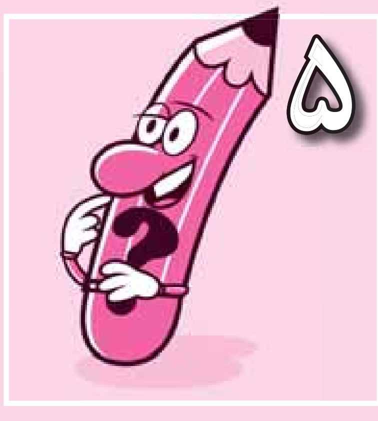
اما نتایج مقدماتی بحث چه‌طور؟ در قسمت «اولاً» آمده است که وقتی این عددها به مبنای ۲ بروند، تعداد صفرها یک واحد کمتر از تعداد یک‌هاست. به‌صورت استقرایی به‌نظر می‌رسد که این ادعا درست است، اما چرا؟ این موضوع را هم اثبات می‌کنیم و برای این کار به‌صورت زیر این عدد را به مبنای ۲ می‌بریم:

$$P\times 2^{n-1}=2^{n-1}(2^n-1)=2^{n-1}(1+2+2^2+...+2^{n-1})$$
$$=2^{n-1}+2^n+2^{n+1}+...+2^{2n-2}$$
$$=0\times 2^0+0\times 2^1+...+0\times 2^{n-2}+1\times 2^{n-1}+1\times 2^n+...+1\times 2^{2n-2}$$
$$=(\underbrace{1111...1}_{\text{رقم } n}\ \underbrace{0000...0}_{\text{رقم } n-1})_2$$

پس وقتی این عدد به مبنای ۲ برود، n رقم یک و $n-1$ رقم صفر دارد. در قسمت ثانیاً ادعا شده که تعداد یک‌ها، یعنی nها، دنبالهٔ اعداد اول است و این اشتباهی فاحش است. به‌عبارت دیگر، ادعا شده که اگر n اول باشد، 2^n-1 همیشه عددی اول و در نتیجه $(2^n-1)2^{n-1}$ عددی تام خواهد بود! در حالی‌که این‌طور نیست و مثال نقض آن $n=11$ است که به ازای آن $2^n-1=2^{11}-1=2047=23\times 89$ و لذا عدد حاصل از آن یعنی، ۲۰۹۶۱۲۸، عدد تام نیست!

پس باز هم تأکید می‌کنیم، قبل از اینکه کشفیات خود را اعلام کنید، دربارهٔ آن‌ها به‌خوبی به مطالعه و تحقیق بپردازید و در صورت امکان حتماً با متخصصان موضوع مشورت کنید!

قبل از اینکه کشفیات خود را اعلام کنید، دربارهٔ آن‌ها به‌خوبی به مطالعه و تحقیق بپردازید!



پرسش‌های پیکارجو!

تعدادی دانش‌آموز و دانشجو به‌صورت دوره‌ای با هم شطرنج بازی می‌کنند. اگر بدانیم تعداد دانشجویان سه برابر تعداد دانش‌آموزان و تعداد بردهای آن‌ها هم سه برابر تعداد بردهای دانش‌آموزان بوده است و هر دو نفر یک و فقط یک دست با هم بازی کرده‌اند و هیچ بازی مساوی نشده، حداقل تعداد بردهای دانش‌آموزان چند دست بوده است؟

الف) **۵** ب) **۷** ج) **۳**

د) **۹** هـ) **۱۱**